

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

И.о.заведующего кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.С. Рябенко
26.03.2025

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ФТД.01 Математические модели сплошных сред

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки/специализация: Математические модели гидродинамики

3. Квалификация выпускника: Магистр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета

6. Составители программы: Провоторов Вячеслав Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. 18.03.2025 Протокол № 0500-03

8. Учебный год: 2025/2026

Семестр(ы): 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- на основе современных методов анализа математических моделей гидродинамики ознакомить студентов с основами теории механики сплошной среды и методами аргументации построения соответствующих математических моделей. Сформировать компетенции построения на основе экспериментальных данных математических моделей сплошной среды.

Задачи учебной дисциплины:

- обеспечение достаточных знаний в области математического моделирования процессов гидродинамики, изложение основ теорий напряжения и деформации и их приложения к задачам динамики идеальных, вязких, сжимаемых, стратифицированных жидкостей. Сформировать навыки моделирования процессов гидродинамики.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математические модели сплошных сред» относится к Блоку ФТД факультативы.

Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения.

Дисциплина является предшествующей для специальных курсов, изучающих некоторые задачи математической физики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен проводить анализа научных данных и результатов экспериментов в моделях математической гидродинамики	ПК-2.1	Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации	Знать: современные методы анализа исследуемого материала Уметь: аргументировать выводы из исследований моделей сплошных сред. Владеть: современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации
		ПК-2.2	Умеет анализировать результаты экспериментов, анализировать сформулированные научные утверждения	Знать: построенные на результатах анализа экспериментальных данных математические модели движения сплошной среды Уметь: проводить анализ математических моделей сплошной среды Владеть: современными методами исследования математических моделей сплошной среды.
		ПК-2.3	Имеет практический опыт экспериментальной деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные постановки и формулировки математических моделей сплошной среды Уметь: работать с сложными математическими моделями сплошной среды Владеть: современными методами исследования математических моделей сплошной среды

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2 / 36.

Форма промежуточной аттестации Зачет – 2 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость
--------------------	--------------

		Всего	По семестрам
			2 семестр
Контактная работа		16	16
в том числе:	лекции	16	16
	практические	-	-
	лабораторные	-	-
	курсовая работа	-	-
	контрольные работы	-	-
Самостоятельная работа		20	20
Промежуточная аттестация		-	-
Итого:		36	36

13.1. Содержание дисциплины (последний столбец надо заполнить)

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Теория напряжений в сплошных средах	Касательные напряжения и закон парности Напряжения на площадках, наклонных к осям координат	http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/FileS-YTah85oGLP.pdf
1.2	Теория деформации сплошной среды	Понятие перемещения. Понятия линейных и угловых деформаций. Вывод формул Коши.	
1.3	Вывод основных уравнений движения жидкой среды	Распределение скоростей в бесконечно малом объеме жидкости Дифференцирование по внешнему параметру интеграла по области с границей, зависящей от этого параметра. Уравнение неразрывности сплошной среды. Идеальная жидкость . Вязкая жидкость. Закон Навье-Стокса. Стратифицированные жидкости. Линеаризация.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Теория напряжений в сплошных средах	4			5	9
2	Теория деформации сплошной среды	4			5	9
3	Вывод основных уравнений движения жидкой среды	8			10	18
	Итого:	16			20	36

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях

рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математические модели сплошной среды» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Учайкин, В. В. Механика. Основы механики сплошных сред : учебник / В. В. Учайкин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 860 с. — ISBN 978-5-8114-2235-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/91899

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Глушко, А.В. Асимптотические методы в задачах гидродинамики / А.В.Глушко .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2003 .— 300 с.
2	Глушко А.В. Математическое моделирование гидродинамических процессов / А.В. Глушко, В.Е. Петрова. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2013. – 79 с. http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-YTah85oGLP.pdf

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
3	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Глушко А.В. Математические модели в гидродинамике / А.В. Глушко,

	В.П. Глушко. – Воронеж, 2003. – № 625. – 38 с. http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view_file&lid=40
2	Глушко, А.В. Асимптотические методы в задачах гидродинамики / А.В.Глушко .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2003 .— 300 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ».

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet Explorer.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория со специализированной мебелью Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
01	Теория напряжений в сплошных средах	ПК-2.	ПК-2.1-ПК-2.3	Краткое тестирование в ходе занятия
02	Теория деформации сплошной среды			
03	Вывод основных уравнений движения жидкой среды			
Промежуточная аттестация Форма контроля - Зачет				Перечень вопросов к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Комплект тестов № 1

Вариант № 1

1. Вставьте пропущенное в определении слово.

Пусть $x_0 \in Q$ - точка в области $Q \in R^3$ заполненной сплошной средой. ΔS – элементарная площадка с нормалью ν , содержащая x_0 , $\Delta \bar{F}$ – элементарная внутренняя сила, действующая на площадку ΔS с одной из ее сторон. Тогда величина $\bar{P}_\nu = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta S}$ называется полным в точке x_0 .

2. Вставьте пропущенное в определении слово.

Назовем жидкостью (или газом) такую среду, в которой напряжение \vec{p}_n на любой площадке с нормалью \vec{n} ортогонально площадке, т.е. $\vec{p}_n \parallel \vec{n}$.

Преподаватель

— 

А.В. Глушко

Комплект тестов № 2

Вариант № 1

1. Вставьте пропущенное в теореме слово. Теорема Коши-Гельмгольца. Скорость \bar{v}_1 любой точки O_1 достаточно малой частицы среды с центром в точке O , с точностью до бесконечно малых высшего порядка равняется $\bar{v}_1 = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{\rho} + \nabla \Phi$, т. е. складывается из скоростей движения \bar{v}_0 , вращательного движения $\bar{\omega} \times \bar{\rho}$ частицы, как абсолютно твердого тела и скорости $\bar{v}^* = \nabla \Phi$ чистой деформации.

2. Вставьте пропущенное в формулировке слово. Переход от системы уравнений

$$\frac{d\bar{v}}{dt} - \nu \Delta \bar{v} + \nabla p = \bar{F}; \quad \operatorname{div} \bar{v} = 0 \quad (1)$$

к системе уравнений

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \nu \Delta \bar{u} + \nabla p = \bar{f}; \quad \operatorname{div} \bar{u} = 0 \quad (2)$$

называется уравнений (1).

Преподаватель



А.В. Глушко

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы и тесты.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Описание технологии проведения

Тестирование проводится письменно.

Требование к выполнению заданий

Тестирование.

За выполнение каждого тестового задания испытуемому выставаются баллы. Номинальная шкала предполагает, что за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за неправильный – ноль. В соответствии с номинальной шкалой оценивается все задание в целом, а не какая-либо из его частей.

В соответствии с порядковой шкалой за каждое задание устанавливается максимальное количество баллов, например, три. Три балла выставляются за все верные выборы в задании; два балла – за одну ошибку; один балл – за две ошибки; ноль – за полностью неверный ответ.

Чтобы тест был сдан необходимо ответить правильно, необходимо набрать 2 балла.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математические модели сплошной среды» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Список вопросов к промежуточной аттестации

1. Поверхностные и объемные силы. Напряжения. Система обозначений.
2. Закон парности касательных напряжений.
3. Напряжения на наклонных площадках.
4. Перемещения. Линейные и угловые деформации. Формулы Коши.
5. Распределение скоростей в произвольно малой частице сплошной среды.
6. Роль слагаемого $\nabla\Phi$ в представлении $\vec{v}^1 = \vec{v} + \nabla\Phi + \vec{\omega} \times \vec{r} + \rho_0 \cdot o(1)$.
7. Теорема Коши-Гельмгольца.
8. Формула дифференцирования по времени интеграла, взятого по подвижному объему.
9. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера.
10. Уравнения движения сплошной среды.
11. Ограничения, налагаемые уравнением количества движения на напряжения.
12. Дальнейшие преобразования уравнений движения сплошной среды. Тензорная поверхность тензора напряжений.
13. Идеальная жидкость и газ. Уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера).
14. Уравнения движения идеальной жидкости в форме Громеки-Лемба.
15. Определение вязкой жидкости. Закон Навье-Стокса.
16. Изотропная среда. Доказательство представлений коэффициентов зависимости B_{ijpq} из закона Навье-Стокса.
17. Закон Навье-Стокса для изотропной вязкой среды.
18. Уравнения движения изотропной жидкости. Вязкая несжимаемая жидкость.
19. Линеаризация уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости.
20. Сжимаемые жидкости. Уравнения движения.
21. Уравнения движения сжимаемой жидкости во вращающейся системе координат.
22. Стратифицированные жидкости. Физический смысл частоты Вейсяля-Брента.

23. Система уравнений, описывающая внутренние гравитационно-гироскопические волны.

Требование к выполнению заданий

Критерии выставления оценок:

Оценки	Критерии
Зачтено	Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой
Не зачтено	Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "не зачтено" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине